Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Matemáticas I.

Guia de ejercicios $N^o 2$. **Rectas y circunferencias**[1]

1. Dados los siguientes puntos, calcular la distancia entre los puntos A y B, $d(A, B)$, y hallar el punto medio del segmento AB.

   a) $A(6,\ -2)$, $B(2,\ 1)$
   b) $A(-4,\ -1)$, $B(2,\ 3)$
   c) $A(-3,\ -2)$, $B(-8,\ -2)$
   d) $A(0,\ -7)$, $B(-1,\ -2)$

2. Hallar la longitud de las medianas del triángulo cuyos vértices son $A(-3,\ 5)$, $B(2,\ 4)$ y $C(-1,\ -4)$. *La mediana de un triángulo es el segmento de recta que va de un vétice al punto medio del lado opuesto*.

3. Usando la fórmula de la distancia, demuestre que los puntos $A(-3,\ 2)$, $B(1,\ -2)$ y $(9,\ -10)$ están en una misma recta.

4. Si un extremo de un segmento es el punto $(-4,\ 2)$ y el punto medio es $(3,\ -1)$, encuentre las coordenadas del otro extremo del segmento.

5. La abscisa de un punto es -6 y su distancia al punto $(1,\ 3)$ es $\sqrt{74}$. Encuentre la ordenada del punto.

6. Si dos vértices de un triángulo equilatero son $(-4,\ 3)$ y $(0, 0)$, encuentre el tercer vértice.

7. Encuentre los puntos medios de las diagonales del cuadrilátero cuyos vértices son $(0, 0)$, $(0,\ 4)$, $(3,\ 5)$ y $(3,\ 1)$.

8. Demuestre que el triángulo con vértices $A(3,\ -6)$, $B(8,\ -2)$ y $C(-1,\ -1)$ es un triángulo rectángulo y calcule su área.

9. Demuestre que los puntos $A(6,\ -13)$, $B(-2,\ 2)$, $C(13,\ 10)$ y $D(21,\ -5)$ son los vértices de un cuadrado. Calcule la longitud de una diagonal.

$- * * * -$

10. Encuentre la pendiente de la recta que pasa por los puntos dados:

    a) $A(-4,\ 6)$, $B(-1,\ 18)$
    b) $A(6,\ -2)$, $B(-3,\ 5)$
    c) $A(-1,\ -3)$, $B(-1,\ 2)$
    d) $A(-3,\ 4)$, $B(2,\ 4)$

11. En cada caso, encuentre la ecuación de la recta que satisface las condiciones dadas:

[1] Profesora María T. Varela

a) La pendiente es 3 y pasa por el punto $(-4,\ -1)$.

b) Pasa por los puntos $A(-5,\ -7)$ y $B(3,\ -4)$.

c) Pasa por el punto $A(8,\ -2)$ y su intersección en Y es igual a -3.

d) Pendiente es 6 y su intersección en X es igual a -2.

e) Pasa por $A(10,\ -6)$ y es paralela al eje Y.

f) Pasa por el punto $A(1,\ -7)$ y es paralela al eje X.

g) Pasa por $A(-5,\ 1)$ y es perpendicular al eje Y.

h) Pasa por $A(1,\ -2)$ y es perpendicular al eje X.

i) Pasa por $A(1,\ 4)$ y es paralela a la recta de ecuación $2x - 5y + 7 = 0$.

j) Pasa por $A\left(-\frac{3}{4},\ -\frac{1}{2}\right)$ y es paralela a la recta de ecuación $x + 3y = 1$.

k) Pasa por $A(-2,\ 3)$ y es perpendicular a la recta de ecuación $2x - y - 2 = 0$.

12. Hallar la pendiente de las siguientes rectas:

a) $x + 3y = 7$ *b*) $4x - 6y = 5$ *c*) $3x - 5 = 0$ *d*) $2y + 9 = 0$

13. Determine el valor de k para que las rectas $3kx + 8y = 5$ y $6y - 4kx = -1$ sean perpendiculares.

14. Determine el valor de k para que el punto $P(-1,\ 2)$ se encuentre en la recta $kx + 2y - 7 = 0$.

15. En cada caso, encuentre la distancia del punto A a la recta l:

a) $A(-3,\ 2)$, $l:\ 3x + 4y = 6$

b) $A(4,\ -1)$, $l:\ 2x - 2y + 4 = 0$

c) $A(-2,\ -1)$, $l:\ 5y = 12x + 1$

d) $A(3,\ -1)$, $l:\ y = 2x - 5$.

16. Sean $A(0,0)$, $B(2,\ 3)$, $M(0,\ 5)$ y $C(x,y)$ puntos en el plano coordenado.

a) Hallar la ecuación de la recta $L1$ que pasa por los puntos B y M.

b) Si A, B y C son los vértices de un triángulo y M es el punto medio del lado opuesto al vértice A, hallar las coordenadas del punto C.

c) Hallar la ecuación de la recta $L2$ perpendicular a $L1$ que pasa por A.

d) Hallar el punto de intersección de las rectas $L1$ y $L2$.

e) Hallar el área del triángulo de vértices A, B y C.

− * * * −

17. Encuentre el radio y el centro de cada circunferencia de ecuación:

a) $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$

b) $-14 + 10x - 10y - x^2 - y^2 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 4x - 10y = -28$

d) $x^2 + y^2 + 2y = 7$

e) $-16x + x^2 + y^2 = 0$

f) $4x^2 - 4x + 4y^2 = 15$

g) $16x^2 + 16y^2 + 24x - 32y = 119$

h) $36x^2 + 36y^2 - 48x + 180y = -160$

18. Encuentre la ecuación de la circunferencia de acuerdo a las condiciones dadas:

   a) Centro en $C(-2, -1)$ y radio $r = 2$.
   b) Centro en $C\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ y radio $r = 4$.
   c) Extremos de un diámetro en $A(-1, -2)$ y $B(2, 2)$.
   d) Extremos de un diámetro en $(3, -5)$ y $(-1, 3)$.
   e) Tangente al eje X y centro en $(3, 4)$.
   f) Tangente al eje Y y centro en $(-2, 1)$.
   g) Un diámetro es el segmento de la recta $4x + 3y - 12 = 0$ que está en el primer cuadrante.
   h) Radio 2 y el mismo centro de la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.

19. Hallar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 = 80$ que la toca en el punto del primer cuadrante donde $x = 4$.

20. Hallar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 = 9$ que la toca en el tercer cuadrante donde $y = -1$.

21. Hallar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 + 14x + 18y = 39$ que la toca en el punto del segundo cuadrante donde $x = -2$.

22. Considere la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$.

   a) Escriba las ecuaciones de las rectas tangentes a esta circunferencia cuyas pendientes son 0.
   b) Escriba las ecuaciones de las rectas tangentes a esta circuferencia cuyas pendientes no están definidas.

23. Sean $P(1, 2)$, $Q(2, 1)$ y $R(-5, 2)$ puntos en el plano coordenado.

   a) Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por P, Q y R.
   b) Hallar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia que pasa por el punto R.

24. Dada la recta $L: \quad 4x - 3y + 18 = 0$ y el punto $A(5, -4)$.

   a) Halllar la ecuación de la recta $L1$ paralela a L que pasa por A.
   b) Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por A y es tangente a las dos rectas L y $L1$.

25. Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes a la circunfrencia $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 = 0$ trazada desde el punto $(0, 1)$.